

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP.HCM
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2013 – 2014
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 - 2x - 1 = 0$

c) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

d) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$ và đường thẳng (D): $y = -x + 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Bài 3: (1,5 điểm)

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{3}{\sqrt{x}-3} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{x+9} \quad \text{với } x \geq 0; x \neq 9$$

$$B = 21 \left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} \right)^2 - 6 \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{3+\sqrt{5}} \right)^2 - 15\sqrt{15}$$

Bài 4: (1,5 điểm)

Cho phương trình $8x^2 - 8x + m^2 + 1 = 0$ (*) (x là ẩn số)

a) Định m để phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{1}{2}$

b) Định m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện:

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$$

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC không có góc tù ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O; R). (B, C cố định, A di động trên cung lớn BC). Các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M. Từ M kẻ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt (O) tại D và E (D thuộc cung nhỏ BC), cắt BC tại F, cắt AC tại I.

- Chứng minh rằng $MBC = BAC$. Từ đó suy ra MBIC là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh rằng: $FI \cdot FM = FD \cdot FE$.
- Đường thẳng OI cắt (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt (O) tại T (T khác Q). Chứng minh ba điểm P, T, M thẳng hàng.
- Tìm vị trí điểm A trên cung lớn BC sao cho tam giác IBC có diện tích lớn nhất.

BÀI GIẢI

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Delta = 25 - 24 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5-1}{2} = 2 \text{ hay } x = \frac{5+1}{2} = 3$$

b)

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Delta' = 1 + 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{2} \text{ hay } x = 1 + \sqrt{2}$$

c) Đặt $u = x^2 \geq 0$ pt thành :

$$u^2 + 3u - 4 = 0 \Leftrightarrow u = 1 \text{ hay } u = -4 \text{ (loại) (do } a + b + c = 0)$$

$$\text{Do đó pt } \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

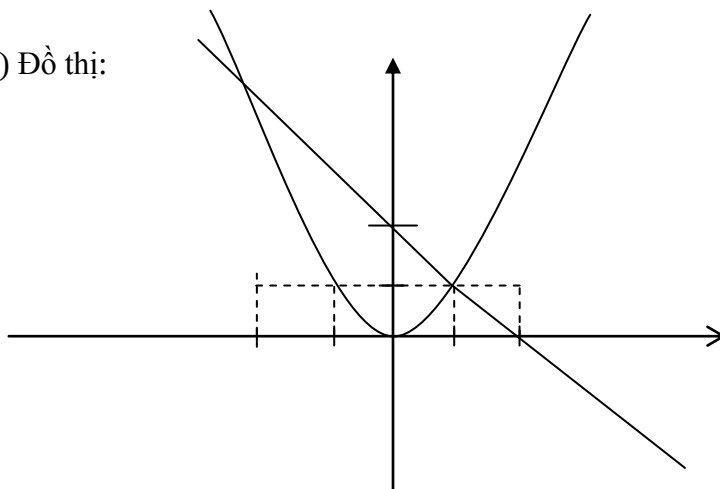
$$\text{Cách khác pt } \Leftrightarrow (x^2 - 1).(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x - y = 3 & (1) \\ x + 2y = -1 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 & (1) \\ 5x = 5 & (3) \end{cases} \begin{matrix} \\ ((2) + 2(1)) \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Bài 2:

a) Đồ thị:



Lưu ý: (P) đi qua $O(0;0)$, $(\pm 1;1)$, $(\pm 2;4)$

(D) đi qua $(1;1), (-2;4), (0;2)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hay } x = -2 \text{ (a+b+c=0)}$$

$$y(1) = 1, y(-2) = 4$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là $(-2;4), (1;1)$

Bài 3: Thu gọn các biểu thức sau

Với $x \geq 0$ và $x \neq 9$ ta có :

$$A = \left(\frac{x - 3\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 9}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} + 3}{x + 9}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$$

$$B = \frac{21}{2} (\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}})^2 - 3(\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}})^2 - 15\sqrt{15}$$
$$= \frac{21}{2} (\sqrt{3} + 1 + \sqrt{5} - 1)^2 - 3(\sqrt{3} - 1 + \sqrt{5} + 1)^2 - 15\sqrt{15}$$
$$= \frac{15}{2} (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - 15\sqrt{15} = 60$$

Câu 4:

a/ Phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 - 4 + m^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$

$$b/ \Delta' = 16 - 8m^2 - 8 = 8(1 - m^2).$$

Khi $m = \pm 1$ thì ta có $\Delta' = 0$ tức là : $x_1 = x_2$ khi đó $x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$ thỏa

Điều kiện cần để phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt là:

$|m| < 1$ hay $-1 < m < 1$. Khi $|m| < 1$ hay $-1 < m < 1$ ta có

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3 \Leftrightarrow (x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2) = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) = (x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2) \text{ (Do } x_1 \text{ khác } x_2)$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2) \left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \right] = (x_1 + x_2)^2 - x_1 \cdot x_2$$

$$\Leftrightarrow S(S^2 - 2P) = S^2 - P$$

$$\Leftrightarrow 1(1^2 - 2P) = 1^2 - P \text{ (Vì } S = 1)$$

$$\Leftrightarrow P = 0 \Leftrightarrow m^2 + 1 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m = \pm 1$

Cách khác

Khi $\Delta \geq 0$ ta có

$$x_1 + x_2 = 1 \text{ và } x_1 x_2 = \frac{m^2 + 1}{8}$$

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3 \Leftrightarrow x_1^3 \cdot (x_1 - 1) - x_2^3 (x_2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 = 0 \text{ (thế } x_1 - 1 = -x_2 \text{ và } x_2 - 1 = -x_1)$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1^2 - x_2^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 0 \text{ (vì } x_1 x_2 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow x_1 = x_2 \text{ (vì } x_1 + x_2 = 1 \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

Câu 5

a) Ta có $BAC = MBC$ do cùng chắn cung BC

Và $BAC = MIC$ do $AB \parallel MI$

Vậy $BAC = MIC$, nên bốn điểm $ICMB$ cùng nằm

Trên đường tròn đường kính OM

(vì 2 điểm B, C cùng nhìn OM dưới 1 góc vuông)

b) Do 2 tam giác đồng dạng FBD và FEC

nên $FB \cdot FC = FE \cdot FD$.

Và 2 tam giác đồng dạng FBM và FIC

nên $FB \cdot FC = FI \cdot FM$. So sánh ta có $FI \cdot FM = FD \cdot FE$

c) Ta có góc $PTQ = 90^\circ$ do $POIQ$ là đường kính.

Và 2 tam giác đồng dạng FIQ và FTM có 2 góc đối đỉnh F bằng nhau và $\frac{FI}{FQ} = \frac{FT}{FM}$

(vì $FI \cdot FM = FD \cdot FE = FT \cdot FQ$)

Nên $FIQ = FTM$ mà $FIQ = OIM = 90^\circ$ (I nhìn OM dưới góc 90°)

Nên P, T, M thẳng hàng vì $PTM = 180^\circ$.

d) Ta có BC không đổi. Vậy diện tích S_{IBC} lớn nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ I đến

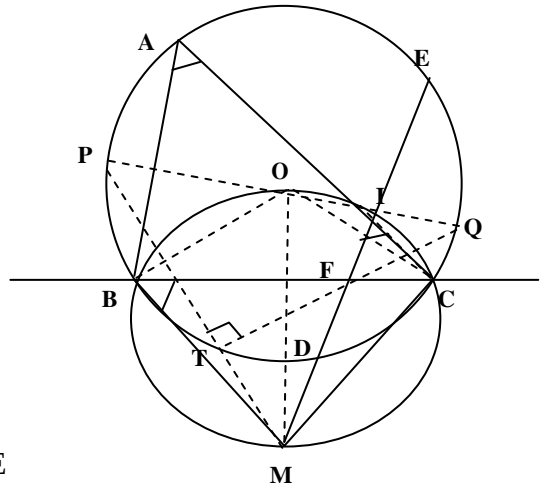
BC lớn nhất. Vậy I trùng với O là yêu cầu của bài toán vì I nằm trên cung BC của đường tròn đường kính OM . Khi I trùng O thì $\triangle ABC$ vuông tại B . Vậy diện tích tam giác ICB lớn nhất khi và chỉ khi AC là đường kính của đường tròn $(O; R)$.

Cách khác:

O' là trung điểm của OM . BC cắt OO' , $O'T$ lần lượt tại L, T .

Vẽ IH vuông góc BC tại H .

$$IH \leq IT = O'I - O'T \leq O'O - O'L = OL$$



Nguyễn Đức Tấn – Nguyễn Anh Hoàng
(Trường THPT Vĩnh Viễn – TP.HCM)